

1 Дисперсионный анализ на блок-схемах

	sist.1	sist.2	sist.3	sist.4
1	110	110	120	110
14	125	110	115	110
19	100	100	90	90
25	135	135	120	110
26	140	120	140	140
27	140	140	140	150
28	170	160	140	140
29	110	110	120	110
30	130	125	120	120
33	145	140	160	160
35	120	120	140	140
44	105	115	115	130

Таблица 1: Исходные данные

2 Основные формулы

Модель

$$x_{ij} = \mu + v_i + b_j + \varepsilon_{ij}, \quad \varepsilon_{ij} \sim \mathcal{N}(0, \sigma)$$

Свойство дизайна

$$D(v, b, r, k, \lambda), \quad vr = bk, \quad r(k-1) = \lambda(v-1),$$

Статистики

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \frac{\sum_{ij} x_{ij}}{bk}, \\ V_i &= \sum_{(i)} x_{ij} = rv_i + \sum_{(i)} b_l + r\mu, \quad i = 1, \dots, v; \\ B_j &= \sum_{(j)} x_{ij} = \sum_{(j)} v_e + kb_j + k\mu, \quad j = 1, \dots, b; \\ T_i &= \sum_{(i)} B_e = \sum_{(i)} \sum_{(j)} v_e + k \sum_{(i)} b_j + rk\mu. \end{aligned}$$

Оценка параметров. Из $\sum_m v_m = 0$

$$\begin{aligned} \sum_{(i)(j)} v_e &= rv_i + \lambda \sum_{m \neq i} v_m = rv_i - \lambda v_i + \lambda \sum_m v_m = (r-\lambda)v_i, \\ \sum_{(i)} b_l &= \frac{T_i - (r-\lambda)v_i - rk\mu}{k} \\ V_i &= rv_i + \frac{T_i - (r-\lambda)v_i - rk\mu}{k} + r\mu = rv_i + \frac{T_i - (r-\lambda)v_i}{k} = \\ &= \frac{T_i}{k} + v_i \left(\frac{rk - r + \lambda}{k} \right) = \frac{T_i}{k} + v_i \left(\frac{\lambda(v-1) + \lambda}{k} \right) = \frac{T_i}{k} + v_i \left(\frac{\lambda v}{k} \right), \\ \hat{v}_i &= \frac{kV_i - T_i}{\lambda v}, \quad \hat{b}_j = \frac{B_j}{k} - \hat{\mu} - \sum_{(i)} \frac{\hat{v}_e}{k} \end{aligned}$$

Суммы квадратов

$$S_T = \sum_{ij} (x_{ij} - \hat{\mu})^2 = S^2 + s_v^2 + s_b^2,$$

$$S^2 = \sum_{ij} \left(x_{ij} - \left(\hat{v}_i - \sum_{(i)} \frac{\hat{v}_e}{k} \right) - \frac{B_j}{k} \right)^2,$$

$$s_v^2 = \frac{\lambda v}{k} \sum_i \hat{v}_i^2, \quad s_b^2 = \sum_j k \left(\frac{B_j}{k} - \hat{\mu} \right)^2,$$

Степени свободы

$$df_T = bk - 1,$$

$$df_R = bk - 1 - (b - 1) - (v - 1) = bk - b - v + 1,$$

$$df_v = v - 1,$$

$$df_b = b - 1.$$

Статистики Фишера

$$H_0 : v_i = 0$$

$$F = \frac{s_v^2/df_v}{S^2/df_R} \sim F(df_v, df_R),$$

$$H_0 : b_j = 0$$

$$F = \frac{s_b^2/df_b}{S^2/df_R} \sim F(df_b, df_R).$$

3 Полная схема

	Q	df	MQ	p
Total	16032.81	47.00	341.12	
err	2913.02	33.00	88.27	
v	93.23	3.00	31.08	0.79
b	13026.56	11.00	1184.23	0.00

Таблица 2: Таблица дисперсионного анализа

	Df	Sum.Sq	Mean.Sq	F.value	Pr..F.
ind	3.00	93.23	31.08	0.35	0.79
sub	11.00	13026.56	1184.23	13.42	0.00
Residuals	33.00	2913.02	88.27		

Таблица 3: Таблица дисперсионного анализа согласно встроенной функции

4 Неполная сбалансированная блок-схема

$$v = 4, b = 12, k = 3, r = \frac{bk}{v} = 9, \lambda = \frac{r(k-1)}{v-1} = 6,$$

$$D(4, 12, 9, 3, 6)$$

	X1	X2	X3	X4
1	110	110		110
14	125	110		110
19	100		90	90
25	135	135	120	
26	140	120	140	
27	140	140		150
28		160	140	140
29	110	110	120	
30		125	120	120
33	145		160	160
35		120	140	140
44	105		115	130

Таблица 4: вариант 1

	X1	X2	X3	X4
1	110	110	120	
14		110	115	110
19	100		90	90
25	135	135		110
26	140	120	140	
27	140	140		150
28	170	160		140
29	110		120	110
30	130	125	120	
33		140	160	160
35	120		140	140
44		115	115	130

Таблица 5: вариант 2

	X1	X2	X3	X4
1		110	120	110
14		110	115	110
19	100		90	90
25	135	135		110
26	140	120		140
27	140	140	140	
28	170		140	140
29	110	110	120	
30	130	125	120	
33		140	160	160
35	120		140	140
44	105	115		130

Таблица 6: вариант 3

	X1	X2	X3	X4
1	110	110	120	
14	125	110		110
19	100	100		90
25		135	120	110
26		120	140	140
27	140	140	140	
28		160	140	140
29	110		120	110
30	130		120	120
33	145		160	160
35	120	120		140
44	105	115	115	

Таблица 7: вариант 4

	X1	X2	X3	X4
1	110	110	120	
14		110	115	110
19	100		90	90
25		135	120	110
26		120	140	140
27	140	140		150
28	170	160	140	
29	110		120	110
30	130		120	120
33	145	140	160	
35	120	120		140
44	105	115		130

Таблица 8: вариант 5

	X1	X2	X3	X4
1		110	120	110
14	125	110	115	
19	100	100	90	
25	135		120	110
26	140	120	140	
27		140	140	150
28	170		140	140
29	110	110		110
30		125	120	120
33	145		160	160
35	120	120		140
44	105	115		130

Таблица 9: вариант 6

	X1	X2	X3	X4
1	110	110		110
14	125	110	115	
19	100		90	90
25	135	135		110
26	140	120		140
27	140	140	140	
28		160	140	140
29	110		120	110
30	130	125	120	
33		140	160	160
35	120		140	140
44		115	115	130

Таблица 10: вариант 7

	X1	X2	X3	X4
1		110	120	110
14	125	110		110
19		100	90	90
25	135	135	120	
26	140	120		140
27	140		140	150
28	170		140	140
29	110	110		110
30	130	125	120	
33	145		160	160
35	120	120	140	
44		115	115	130

Таблица 11: вариант 8

	X1	X2	X3	X4
1	110	110		110
14	125	110		110
19	100	100		90
25	135		120	110
26	140	120	140	
27	140	140	140	
28		160	140	140
29		110	120	110
30	130		120	120
33		140	160	160
35	120		140	140
44	105	115	115	

Таблица 12: вариант 9

	X1	X2	X3	X4
1	110	110	120	
14	125	110		110
19	100		90	90
25		135	120	110
26	140		140	140
27	140	140		150
28	170		140	140
29	110	110		110
30	130	125	120	
33		140	160	160
35		120	140	140
44	105	115	115	

Таблица 13: вариант 10

	X1	X2	X3	X4
1	110	110	120	
14	125		115	110
19		100	90	90
25	135		120	110
26	140	120	140	
27		140	140	150
28	170	160		140
29	110	110		110
30	130	125	120	
33	145	140		160
35	120		140	140
44		115	115	130

Таблица 14: вариант 11

	X1	X2	X3	X4
1	110	110		110
14	125		115	110
19	100	100		90
25	135		120	110
26	140		140	140
27	140	140		150
28	170	160	140	
29		110	120	110
30		125	120	120
33	145	140	160	
35	120	120	140	
44		115	115	130

Таблица 15: вариант 12

	X1	X2	X3	X4
1	110	110	120	
14	125	110		110
19		100	90	90
25		135	120	110
26	140	120		140
27		140	140	150
28	170	160	140	
29	110	110		110
30	130		120	120
33	145		160	160
35	120		140	140
44	105	115	115	

Таблица 16: вариант 13